

**Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang**

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

NILAI TOTAL KETAKTERATURAN TITIK DARI GRAF SERI PARALEL ($m, 1, 5$)

TUGAS AKHIR

Diajukan Sebagai Salah Satu Syarat
Untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains
Pada Program Studi Matematika

oleh:

SALAMAH FITRIANI HARIANJA
11454201740



**FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SULTAN SYARIF KASIM RIAU
PEKANBARU
2021**



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

LEMBAR PERSETUJUAN

NILAI TOTAL KETAKTERATURAN TITIK DARI GRAF SERI PARALEL ($m, 1, 5$)

TUGAS AKHIR

oleh:

SALAMAH FITRIANI HARIANJA
11454201740

Telah diperiksa dan disetujui sebagai laporan tugas akhir
di Pekanbaru, 04 Februari 2021

Ketua Program Studi

Ari Pani Desvina, M.Sc.
NIP. 19811225 200604 2 003

Pembimbing

Corry Corazon Marzuki, M.Si.
NIP. 1986 0320 201503 2 003

UIN SUSKA RIAU



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

LEMBAR PENGESAHAN

NILAI TOTAL KETAKTERATURAN TITIK DARI GRAF SERI PARALEL ($m, 1, 5$)

TUGAS AKHIR

oleh:

SALAMAH FITRIANI HARIANJA

11454201740

Telah dipertahankan di depan sidang dewan penguji
sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains
Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau
di Pekanbaru, pada tanggal 04 Februari 2021

Pekanbaru, 04 Februari 2021

Mengesahkan,

Ketua Program Studi

Ari Pani Desvina, M.Sc.

NIP. 19811225 200604 2 003

Dekan

Dr. Drs. Ahmad Darmawi, M.Ag.

NIP. 19660604 199203 1 004

DEWAN PENGUJI

Ketua : Dr. Yuslenita Muda, M.Sc.

Sekretaris : Corry Corazon Marzuki, M.Si.

Anggota I : Fitri Aryani, M.Sc.

Anggota II : Ade Novia Rahma, M.Mat.



LEMBAR HAK ATAS KEKAYAAN INTELEKTUAL

Tugas Akhir yang tidak diterbitkan ini terdaftar dan tersedia di Perpustakaan Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau adalah terbuka untuk umum, dengan ketentuan bahwa hak cipta ada pada penulis. Referensi kepustakaan diperkenankan dicatat, tetapi pengutipan atau ringkasan hanya dapat dilakukan atas izin penulis dan harus dilakukan mengikut kaedah dan kebiasaan ilmiah serta menyebutkan sumbernya.

Penggandaan atau penerbitan sebagian atau seluruh Tugas Akhir ini harus memperoleh izin tertulis dari Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau. Perpustakaan dapat meminjamkan Tugas Akhir ini untuk anggotanya dengan mengisi nama, tanda peminjaman, dan tanggal pinjam pada form peminjaman.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



LEMBAR PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa dalam Tugas Akhir ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar kesarjanaan di suatu Perguruan Tinggi, dan sepanjang pengetahuan saya juga tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah ditulis atau diterbitkan oleh orang lain kecuali yang secara tertulis diacu dalam naskah ini dan disebutkan didalam daftar pustaka.

Pekanbaru,
Yang membuat pernyataan,

SALAMAH FITRIANI HARIANJA
11454201740

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



LEMBAR PERSEMBAHAN

*“Allah akan meninggikan orang-orang Beriman diantaramu
dan orang-orang yang diberi Ilmu Pengetahuan beberapa derajat”*

(Q.S. Al-Mujadalah: 11)

*Alhamdulillahirabbil' alamin....sembah sujud serta syukurku kepada Allah Subhana
Wa Ta'ala yang Maha Agung yang memberiku kekuatan dan menjadikanku
manusia yang s'lalu berfikir, beriman, bahagia dan bersabar dalam menghadapi
segala cobaan dalam kehidupan ini. Atas karunia serta kemudahan yang Allah
Subhana Wa Ta'ala berikan, akhirnya Tugas Akhir yang sederhana ini dapat
terselesaikan. Sholawat serta salam ku kirimkan untuk junjungan umat yakni Nabi
Muhammad Salallahu 'Alaihi Wassallam yang telah membimbing umatnya dari
alam kegelapan menuju kebahagiaan.*

Ungkapan Rasa Terima Kasihku

Kepada :

Ayahanda dan Ibunda ku Tercinta...

*Sebagai tanda bakti, hormat dan terimakasihku yang tak terhingga
kupersembahkan karya kecil ini kepada ayah dan ibuku tercinta yang s'lalu
memberiku kasih sayang, dukungan serta doa yang tiada hentinya yang tak akan
terbalaskan hanya dengan selembar ungkapan dan persembahan. Terimakasih atas
segalanya dukungan dan motivasinya, terimakasih selalu menyebutku dalam setiap
doa kalian dan s'lalu menasehatiku agar menjadi lebih baik dan terimakasih s'lalu
memenuhi kebutuhanku hingga saat ini. Semoga Allah melimpahkan keberkahan
dan kebahagiaan kepada kalian berdua. Amiiinn...*



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Adik-adikku Tersayang...

Tiada yang paling mengharukan saat berkumpul bersama kalian, terimakasih untuk hari-hari bahagia yang s'lalu kalian berikan dan semoga Allah s'lalu melindungi kita..

Teman-temanku...

Dan teruntuk teman-temanku terimakasih untuk motivasi dan hari-hari bahagia yang telah kalian berikan dan ciptakan. Semoga kebahagiaan dan silaturahmi kita s'lalu terjalin sampai kapan pun dan dimana pun. Amiiinn...

By. Salamah Fitriani Harianja ☺



1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

NILAI TOTAL KETAKTERATURAN TITIK DARI GRAF SERI PARALEL ($m, 1, 5$)

SALAMAH FITRIANI HARIANJA
11454201740

Tanggal Sidang : 04 Februari 2021
Periode Wisuda :

Program Studi Matematika
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau
Jl. HR. Soebrantas KM 15 No. 155 Pekanbaru

ABSTRAK

Nilai total ketakteraturan titik dari graf G yaitu label terbesar minimum yang digunakan untuk melabeli graf G dengan pelabelan- k total tak teratur titik yang dinotasikan dengan $tv_s(G)$. Dalam skripsi ini dibahas tentang nilai total ketakteraturan titik dari graf seri paralel $(m, 1, 5)$. Graf seri paralel dilambangkan dengan $sp(m, r, l)$ dimana m banyaknya longitude, r titik pada setiap longitude, dan l merupakan banyaknya graf theta seragam yang ada pada graf seri paralel. Berdasarkan hasil penelitian ini diperoleh $tv_s(sp(m, 1, 5)) = \left\lceil \frac{5m+2}{3} \right\rceil$ untuk $m \geq 4$.

Kata kunci: *Graf Seri Paralel, Nilai Total Ketakteraturan Titik, Pelabelan Total Tak Teratur Titik*



1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

TOTAL IRREGULARITY STRENGTH OF GRAPH SERI PARALLEL ($m, 1, 5$)

SALAMAH FITRIANI HARIANJA
11454201740

Session date : 04 February 2021
Graduation date :

Department of Mathematics
Faculty of Science and Technology
State Islamic University Sultan Syarif Kasim Riau
Jl. HR. Soebrantas No.155 Pekanbaru

ABSTRACT

The total vertex irregularity strength of the graph G is the minimum the largest label used to label a graph G with vertex irregularity total k -labeling, denoted by $tv_s(G)$. This Thesis be discussed the total irregularity strength of graph seri parallel $(m, 1, 5)$. Graph seri parallel denoted by $sp(m, r, l)$ where m is many longitude, r point at each longitude, and l is the number of uniform theta graphs that exist of graph seri parallel . Based on the result of this research were obtained $tv_s(sp(m, 1, 5)) = \left\lceil \frac{5m+2}{3} \right\rceil$ for $m \geq 4$.

Keywords: Graph seri parallel, The total vertex irregularity strength, Vertex irregular total labeling.

UIN SUSKA RIAU



KATA PENGANTAR

Assalaamu'alaikum Warahmatullah Wabarakatuh.

Puji dan syukur penulis panjatkan kepada Allah *Subhanahu wa Ta'ala* karena atas izin-Nya penulis dapat menyelesaikan Tugas Akhir dengan judul “**Nilai Total Ketakteraturan Titik dari Graf Seri Paralel ($m, 1, 5$)**”. Shalawat dan salam selalu tercurahkan kepada Nabi Muhammad *Shallallahu 'alaihi Wa Sallam*, semoga kelak di akhirat mendapat *syafa'at* dari beliau. Tugas Akhir ini dimaksudkan untuk memenuhi salah satu syarat dalam rangka menyelesaikan studi Strata 1 (S1) Program Studi Matematika di Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau. Tugas Akhir ini disusun berdasarkan tata cara penulisan Tugas Akhir yang baik dan benar.

Dalam penyusunan dan penyelesaian Tugas Akhir ini, penulis banyak sekali mendapat ilmu, bimbingan, bantuan, arahan, nasehat, motivasi, petunjuk, perhatian serta semangat dari berbagai pihak, terutama kedua orang tua saya tercinta Bapak Julsapdi Harianja dan Ibu Lisma Herawati br.Regar. Terimakasih atas do'a, pengorbanan, materi yang tidak henti-hentinya serta kasih sayang yang sangat tulus yang telah Bapak dan Ibu berikan kepada penulis. Selanjutnya, penulis mengucapkan terimakasih juga kepada :

1. Bapak Prof. Dr. Suyitno, M.Ag., selaku Rektor Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
2. Bapak Dr. Drs. Ahmad Darmawi, M.Ag., selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
3. Ibu Ari Pani Desvina, M.Sc., selaku Pembimbing Akademik dan Ketua Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi.
4. Ibu Corry Corazon Marzuki, M.Si., selaku Pembimbing yang telah membimbing dalam penyusunan Skripsi ini hingga selesai.



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

5. Ibu Fitri Aryani, M.Sc., selaku Penguji I yang telah memberikan kritikan dan saran sehingga Tugas Akhir ini dapat terselesaikan dengan baik.
 6. Ibu Ade Novia Rahma, M.Mat., selaku Penguji II yang telah memberikan kritikan dan saran sehingga Tugas Akhir ini dapat terselesaikan dengan baik.
 7. Bapak/Ibu Dosen dan Staf Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
 8. Seluruh keluarga besarku terutama kedua orang tua dan adik-adikku yang telah memberikan doa, dukungan, semangat, arahan, bantuan materi sehingga penulis dapat menyelesaikan pendidikan sampai Strata 1.
 9. Teman-temanku Syafrika, Rahma, Fitriani, Rati, Lena, Feny dan Ikke serta seluruh teman-teman seperjuangan Jurusan Matematika angkatan 2014, yang telah membuat masa perkuliahanku lebih berwarna. Semoga kita tetap istiqomah dengan tujuan dan cita-cita.
 10. Teman-teman perumahan NPL terima kasih atas dukungannya.
 11. Semua pihak yang telah banyak membantu baik secara langsung maupun tidak langsung yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu.
- Semoga Tugas Akhir ini dapat bermanfaat bagi penulis khususnya maupun pembaca pada umumnya. Penulis menyadari bahwa banyak kekurangan dalam penulisan Tugas Akhir ini. Oleh karena itu, penulis mengharapkan kritik dan saran yang membantu dalam penyempurnaan penulisan Tugas Akhir ini. Kritik dan saran tersebut dapat disampaikan ke alamat email penulis salamahfitriani010@gmail.com. Akhir kata penulis mengucapkan terimakasih dan selamat membaca.

Pekanbaru,

Salamah Fitriani Harianja



DAFTAR ISI

	Halaman
LEMBAR PERSETUJUAN	ii
LEMBAR PENGESAHAN.....	iii
LEMBAR HAK ATAS KEKAYAAN INTELEKTUAL	iv
LEMBAR PERNYATAAN	v
LEMBAR PERSEMBAHAN	vi
ABSTRAK.....	viii
ABSTRACT.....	ix
KATA PENGANTAR.....	x
DAFTAR ISI	xii
DAFTAR SIMBOL	xiv
DAFTAR TABEL	xv
 BAB I PENDAHULUAN	
1.1 Latar Belakang.....	1
1.2 Rumusan Masalah.....	2
1.3 Batasan Masalah	2
1.4 Tujuan Penelitian	2
1.5 Manfaat Penelitian	3
1.6 Sistematika Penulisan	3
 BAB II LANDASAN TEORI	
2.1 Pengertian Graf.....	1
2.2 Jenis-jenis Graf.....	2
2.3 Graf Theta dan Graf Seri paralel	5
2.4 Pelabelan Graf	6



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

BAB III METODOLOGI PENELITIAN

BAB IV PEMBAHASAN

BAB V PENUTUP

5.1	Kesimpulan	1
5.2	Saran	1

DAFTAR PUSTAKA

DAFTAR RIWAYAT HIDUP



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

DAFTAR SIMBOL

$G(V, E)$: Graf G dengan himpunan titik tak kosong V dan himpunan sisi E
$V(G)$: Himpunan titik dari graf $G(V, E)$
$E(G)$: Himpunan sisi dari graf $G(V, E)$
$ V $: Banyak titik (<i>order</i>) dari graf $G(V, E)$
$ E $: Banyak sisi (<i>size</i>) dari graf $G(V, E)$
λ	: Pelabelan
tvs	: Nilai total ketakteraturan titik
tes	: Nilai total ketakteraturan sisi
ts	: Nilai ketakteraturan total
C_n	: Graf lingkaran dengan n titik
P_n	: Graf lintasan dengan n titik
W_n	: Graf roda dengan $n + 1$ titik
$Sp(m, r, l)$: Graf Seri Paralel (m, r, l)
m	: Banyak Longitude
r	: Titik pada setiap Longitude
l	: Level pada graf seri paralel
$wt(v)$: Bobot titik v
$wt(v_i, v_j)$: Bobot sisi e



DAFTAR GAMBAR

Gambar

Halaman

2.1	Graf Sederhana.....	2
2.2	Graf Tak Sederhana	3
2.3	Graf Lingkaran C_4	4
2.4	Graf Lintasan P_4	4
2.5	Graf Roda W_6	5
2.6	Graf Theta $\theta(3,3)$	5
2.7	a). Graf Theta Seragam $(\theta(5,1,3))$;	
	b). Graf Theta Tak Seragam $(\theta(4,4(1,0,1,0)))$	6
2.8	Graf Seri Paralel $(5,1,5)$	6
2.9	Pelabelan-11 Total Tak Teratur Titik pada Graf $sp(6,1,5)$	8
2.10	Pelabelan-11 Total Tak Teratur Sisi pada Graf $sp(6,1,5)$	17
2.11	Pelabelan-9 Total Tak Teratur Sisi pada Graf $sp(3,1,4)$	20
4.1	Pelabelan-8 Total Tak Teratur Titik pada Graf $sp(4,1,5)$	2
4.2	Pelabelan-9 Total Tak Teratur Titik pada Graf $sp(5,1,5)$	4
4.3	Pelabelan-11 Total Tak Teratur Titik pada Graf $sp(6,1,5)$	6
4.4	Pelabelan-13 Total Tak Teratur Titik pada Graf $sp(7,1,5)$	9
4.5	Pelabelan-14 Total Tak Teratur Titik pada Graf $sp(8,1,5)$	12
4.6	Pelabelan-16 Total Tak Teratur Titik pada Graf $sp(9,1,5)$	15
4.7	Pelabelan-18 Total Tak Teratur Titik pada Graf $sp(10,1,5)$	18
4.8	Pelabelan-19 Total Tak Teratur Titik pada Graf $sp(11,1,5)$	22
4.9	Pelabelan-24 Total Tak Teratur Titik pada Graf $sp(14,1,5)$	67



1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Graf G didefinisikan sebagai pasangan himpunan (V, E) , ditulis dengan notasi $G = (V, E)$, yang dalam hal ini V adalah himpunan tidak kosong dari simpul-simpul (*vertices* atau *node*) dan E adalah himpunan sisi (*edges* atau *arcs*) yang menghubungkan sepasang simpul (Munir. R. 2012). Penelitian tentang teori graf terus mengalami perkembangan. Salah satu pembahasan yang terus berkembang adalah pelabelan graf.

Pelabelan graf pertama kali diperkenalkan oleh Sedlacek pada tahun 1964. Pelabelan graf terdiri dari berbagai macam diantaranya pelabelan total tak teratur, pelabelan harmoni, pelabelan ajaib dan pelabelan anti ajaib. Pelabelan total tak teratur pertama kali diperkenalkan oleh Bača, dkk, pada Tahun 2007. Pelabelan total tak teratur terdiri dari pelabelan total tak teratur titik, pelabelan total tak teratur sisi dan pelabelan total tak teratur total.

Pelabelan- k total didefinisikan sebagai pemetaan yang memasangkan unsur-unsur graf (titik dan sisi) yang dinotasikan dengan $\lambda: V \cup E \rightarrow \{1, 2, \dots, k\}$ dimana k adalah suatu bilangan bulat positif. Suatu pelabelan $\lambda: V \cup E \rightarrow \{1, 2, \dots, k\}$ dikatakan pelabelan- k total tak teratur titik dari graf G , jika setiap dua titik berbeda x dan y dari graf G memenuhi $wt(x) \neq wt(y)$. Nilai total ketakteraturan titik dari graf G yaitu label terbesar minimum yang digunakan untuk melabeli graf G dengan pelabelan- k total tak teratur titik, yang dinotasikan dengan $tvs(G)$ (Bača, dkk., 2007).

Hasil penelitian Ahmad, A, dkk., pada tahun 2014 diperoleh nilai total ketakteraturan titik dari graf barisan diagonal $tvs(DLn) = \left\lceil \frac{2n+3}{6} \right\rceil$ untuk $n \geq 3$. Pada tahun 2015, Rajasingh dan Arockiamary meneliti tentang nilai ketakteraturan sisi dari graf seri paralel. Graf seri paralel adalah pengembangan dari graf theta yang



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

diperumum. Di dalam penelitian Rajasingh dan Arockiamary memperoleh $tes(sp(m, r, l)) \geq \left\lfloor \frac{lm(r+1)+2}{3} \right\rfloor$. Pada tahun 2016, Corry. C. M, dkk., memperoleh nilai total ketakteraturan titik pada graf hasil kali Comb Pm dan $C5$ adalah $tv_s(Pm \triangleright C5) = \left\lfloor \frac{4m+2}{3} \right\rfloor$ untuk $m \geq 3$ dengan m bilangan ganjil, dan pada tahun 2019, Ali N.A.Koam dan Ali Ahmad memperoleh komputasi pada nilai total ketakteraturan titik dari graf theta dengan $tv_s(\theta(l, m, p)) = \left\lfloor \frac{lm p+2}{3} \right\rfloor$ untuk $l, m, p \geq 3$.

Berdasarkan uraian-uraian di atas, maka penulis tertarik untuk meneliti nilai total ketakteraturan titik dari graf seri paralel dengan bentuk khusus, yaitu $sp(m, 1, 5)$ untuk $m \geq 4$.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang diatas, maka rumusan masalah yang akan dibahas pada penelitian ini adalah “Bagaimana menentukan bentuk rumus umum nilai total ketakteraturan titik dari graf $sp(m, 1, 5)$ untuk $m \geq 4$ ”.

1.3 Batasan Masalah

Berdasarkan latar belakang dan rumusan masalah maka dapat dibatasi masalah yang akan dibahas dalam penelitian ini yaitu nilai total ketakteraturan titik pada graf $sp(m, 1, 5)$ dengan m banyaknya *longitude*, 1 titik pada setiap *longitude* dan 5 banyaknya graf theta seragam pada graf seri paralel.

1.4 Tujuan Penelitian

Adapun tujuan dari penelitian ini adalah untuk mendapatkan rumus umum nilai total ketakteraturan titik dari graf $sp(m, 1, 5)$ untuk $m \geq 4$.



1.5 Manfaat Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah dan tujuan penelitian, maka manfaat dari penelitian ini adalah sebagai berikut :

1. Menambah pengetahuan penulis tentang graf dan cara mendapatkan nilai total ketakteraturan titik dari suatu graf, khususnya graf seri paralel.
2. Dapat dijadikan sebagai sarana informasi dan referensi bagi pihak-pihak yang membutuhkan.

1.6 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan Tugas Akhir ini mencakup lima bab, yaitu:

BAB I Pendahuluan

Bab ini berisi tentang latar belakang, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian dan sistematika penulisan.

BAB II Landasan Teori

Bab ini berisi tentang pengertian graf, jenis-jenis graf, representasi graf seri paralel dan pelabelan graf.

BAB III Metodologi Penelitian

Bab ini berisi tentang metode penelitian dan langkah-langkah yang digunakan dalam menentukan $tvs(sp(m, 1, 5))$.

BAB IV Hasil dan Pembahasan

Bab ini berisi tentang pembahasan dan hasil-hasil yang diperoleh dalam menentukan $tvs(sp(m, 1, 5))$.

BAB V Penutup

Bab ini berisi tentang kesimpulan yang diperoleh dari penelitian dan saran.



BAB II

LANDASAN TEORI

2.1 Pengertian Graf

Teori graf pertama kali diperkenalkan oleh Leonhard Euler pada tahun 1736, ketika Euler mencoba untuk mencari solusi dari permasalahan jembatan Königsberg (Vasudev, 2006). Leonhard Euler menemukan jawaban masalah tersebut dengan memodelkan kedalam graf. Graf merupakan gambaran antara himpunan elemen-elemen tidak kosong yang disebut titik (*vertex*) dengan himpunan pasangan tidak terurut titik-titik tersebut yang disebut sisi (*edge*). Graf digunakan untuk merepresentasikan objek-objek diskrit dan hubungan antara objek-objek tersebut (Munir, 2009).

Definisi 2.1 (Rinaldi Munir, 2012) Graf G didefinisikan sebagai pasangan himpunan (V, E) , ditulis dengan notasi $G = (V, E)$, yang dalam hal ini V adalah himpunan tidak kosong dari simpul-simpul (*vertices* atau *node*) dan E adalah himpunan sisi (*edges* atau *arcs*) yang menghubungkan sepasang simpul.

Definisi 2.1 menyatakan bahwa V tidak boleh kosong, sedangkan E boleh kosong. Jadi, sebuah graf dimungkinkan tidak memiliki sisi satu buah pun, tetapi simpul harus ada, minimal satu. Graf yang tidak memiliki sisi dan hanya mempunyai satu simpul disebut graf trivial.

Simpul pada graf dapat diberi nama dengan huruf, seperti $a, b, c, \dots, v, w, \dots$, atau dengan bilangan asli $1, 2, 3, \dots$, atau gabungan keduanya. Misal u dan v adalah titik-titik G . Sedangkan sisi yang menghubungkan simpul u dengan simpul v dinyatakan dengan pasangan (u, v) adalah sisi dari G atau dinyatakan dengan lambang e_1, e_2, \dots dengan kata lain, jika e adalah sisi yang menghubungkan simpul u dan simpul v , simpul u dan simpul v berhubungan langsung (*adjacent*) di G , u dan v



adalah titik-titik akhir dari sisi e , sisi e terkait (*incident*) dengan titik u atau v , maka e dapat ditulis $e = (u, v)$. Banyaknya titik dari graf $G = (V, E)$ disebut order yang dinotasikan dengan $V(G)$, sedangkan banyaknya sisi dari graf $G = (V, E)$ disebut size yang dinotasikan dengan $E(G)$.

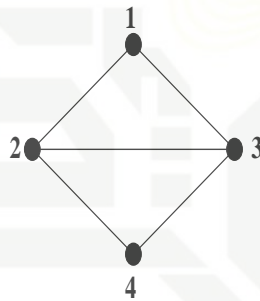
2.2 Jenis Jenis Graf

Graf dapat dikelompokkan menjadi beberapa kategori atau jenis, tergantung pada sudut pandang pengelompokkannya. Pengelompokkan graf dapat dipandang berdasarkan ada tidaknya sisi ganda atau sisi gelang, berdasarkan jumlah titik atau berdasarkan orientasi arah pada sisi dan berdasarkan struktur.

Berdasarkan ada tidaknya sisi ganda atau sisi gelang pada suatu graf, maka secara umum graf dapat dibedakan menjadi dua jenis, yaitu (Munir, 2012):

1. Graf Sederhana (*simple graph*)

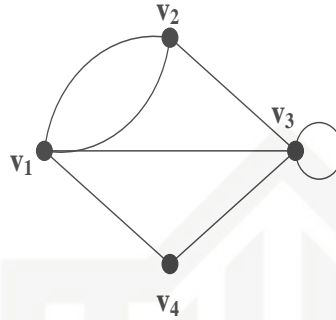
Graf sederhana adalah graf yang tidak mengandung sisi ganda atau gelang. Pada graf sederhana sisi adalah pasangan tidak terurut (*unordered pairs*). Contoh dari graf sederhana dapat dilihat pada Gambar 2.1.



Gambar 2.1 Graf Sederhana

2. Graf Tak Sederhana (*unsimple graph*)

Graf tak sederhana adalah graf yang mengandung sisi ganda atau gelang. Ada dua macam graf tak sederhana, yaitu: graf ganda (*multigraph*) dan graf semu (*pseudograph*). Contoh dari graf tak sederhana dapat dilihat pada Gambar 2.2.



Gambar 2.2 Graf Tak Sederhana

Berdasarkan orientasi arah pada sisinya, maka secara umum graf dapat dibedakan menjadi dua jenis, yaitu (Munir, 2012):

1. Graf Tak Berarah (*undirected graph*)

Graf tak berarah adalah graf yang sisinya tidak mempunyai orientasi arah. Pada graf tak berarah, urutan pasangan titik yang dihubungkan oleh sisi tidak diperhatikan.

2. Graf Berarah (*directed graph*)

Graf berarah adalah graf yang setiap sisinya diberikan orientasi arah. Pada graf berarah, urutan pasangan titik yang dihubungkan oleh sisinya diperhatikan atau sisinya berbeda.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

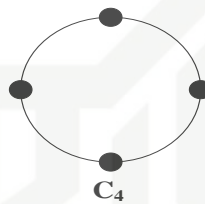
- Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Terdapat beberapa jenis graf sederhana khusus yang sering ditemukan pada pembahasan mengenai teori graf. Berikut terdapat beberapa graf sederhana khusus, yaitu :

1. Graf Lingkaran (*cycle graph*)

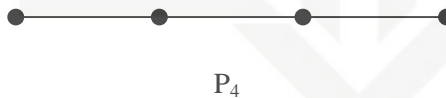
Graf lingkaran adalah graf sederhana yang setiap simpulnya berderajat dua. Graf lingkaran dengan n simpul dilambangkan dengan C_n . Jika simpul-simpul pada C_n adalah v_1, v_2, \dots, v_n maka sisi-sisinya adalah $(v_1, v_2), (v_2, v_3), \dots, (v_{n-1}, v_n)$. Berikut ini adalah contoh dari graf lingkaran :



Gambar 2.3 Graf Lingkaran C_4

2. Graf Lintasan (*path graph*)

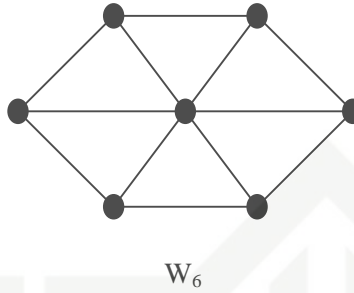
Graf lintasan merupakan suatu lintasan yang panjangnya $n-1$ dari simpul awal v_1 kesimpul tujuan v_n di dalam graf G ialah barisan berselang-seling simpul-simpul dan sisi-sisi yang berbentuk $v_1, e_1, v_2, e_2, \dots, v_{n-1}, e_{n-1}, v_n$ sedemikian sehingga $e_1 = (v_1, v_2), e_2 = (v_2, v_3), \dots, e_{n-1} = (v_{n-1}, v_n)$ adalah sisi-sisi dari graf G . Berikut ini contoh graf lintasan :



Gambar 2.4 Graf Lintasan P_4

3. Graf Roda (*wheel graph*)

Graf roda dibentuk dari C_n dengan $n \geq 3$, dan hubungan titik baru ke masing-masing n titik di C_n dengan sisi baru (Rosen, 2007). Graf roda dinotasikan dengan W_n yang terdiri dari $n + 1$ titik dan $2n$ sisi.

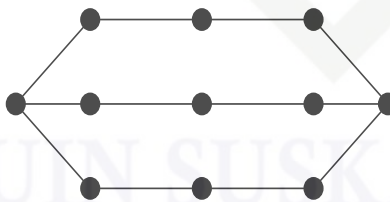


Gambar 2.5 Graf Roda W_6

2.3 Graf Theta dan Graf Seri Paralel

a. Graf Theta

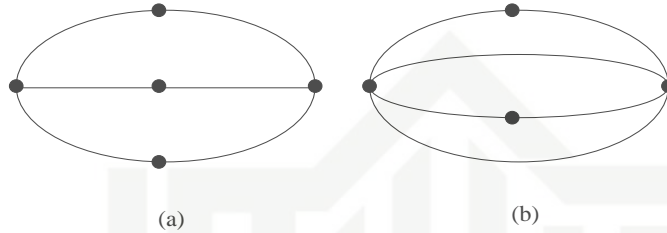
Definisi 2.2 (Rajasingh, dkk., 2015) Graf theta $\Theta(n, m)$ atau graf theta dengan n titik mempunyai dua titik N dan S yang berderajat m sedemikian sehingga setiap titik yang lain berderajat dua terletak pada salah satu dari m lintasan yang bergabung dengan titik N dan S . Dua titik N dan S berturut-turut disebut kutub utara dan kutub selatan. Sebuah lintasan antara kutub utara dan kutub selatan disebut *longitude*. Sebuah *longitude* dinotasikan dengan L . Adapun notasi untuk suatu graf theta yaitu $\theta(n, m, r)$ dimana n adalah jumlah titik pada graf theta, m adalah banyak *longitude* dan r adalah jumlah titik pada setiap *longitude*.



Gambar 2.6 Graf Theta $\Theta(3,3)$

Dari Gambar 2.6 didapat graf theta $\Theta(3,3)$ yang mana sesuai dengan Defenisi 2.2 yang menjelaskan bahwa n adalah banyaknya titik dari setiap longitude dan m adalah banyaknya longitude.

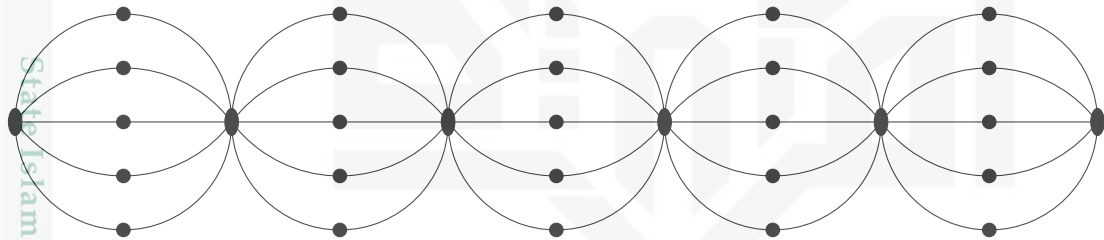
Sebuah graf theta dikatakan seragam jika $|L_1| = |L_2| = \dots = |L_m|$ dengan $|L_m|$ adalah longitude ke- i dari $\Theta(n, m)$ dan $i = 1, 2, \dots, m$. Jika sebaliknya maka dikatakan graf theta tak seragam.



Gambar 2.7 a. Graf Theta Seragam ($\theta(5, 3, 1)$) ; b. Graf Theta Tak Seragam ($\theta(4, 4(1, 0, 1, 0))$)

b. Graf Seri Paralel

Definisi 2.3 (Rajasingh, dkk., 2015) Graf seri paralel merupakan gabungan graf theta $G = G_1 \circ G_2 \circ G_3 \dots G_l$ dimana $G_i = \Theta(rm + 2, m, r)$. Graf seri paralel dinotasikan dengan $sp(m, r, l)$ dimana m adalah banyaknya longitude, r titik dari setiap longitude dan l merupakan banyaknya graf theta seragam pada seri paralel.



Gambar 2.8 Graf seri paralel (5,1,5)

2.4 Pelabelan Graf

Wallis (2001) menyatakan bahwa pelabelan pada suatu graf adalah pemetaan yang memetakan unsur-unsur pada suatu graf (titik dan sisi) ke bilangan-bilangan



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

(biasanya ke bilangan bulat positif atau bilangan bulat non negatif). Berdasarkan elemen-elemen yang dilabeli maka pelabelan dibagi kedalam tiga jenis, yaitu pelabelan titik, pelabelan sisi dan pelabelan total. Jika domain dari pemetaan adalah titik, maka pelabelan disebut pelabelan titik (*vertex labeling*). Jika domainnya adalah sisi, maka pelabelan disebut pelabelan sisi (*edge labeling*) dan jika domain dari pemetaan adalah total, maka pelabelan disebut pelabelan total (*total labeling*).

Bobot (*weight*) dari elemen graf merupakan jumlah dari semua label yang berhubungan dengan graf tersebut (Wallis, 2001). Bobot dari titik v pada pelabelan total adalah label titik v ditambah dengan jumlah semua label sisi yang terkait dengan v , yaitu :

$$wt(v) = \lambda(v) + \sum_{uv \in E} \lambda(uv)$$

Pelabelan total tak teratur pertama kali diperkenalkan oleh Baca, dkk pada tahun 2007. Pelabelan total tak teratur terdiri dari pelabelan total tak teratur titik, pelabelan total tak teratur sisi, dan pelabelan total tak teratur total. Selanjutnya akan dibahas tentang pelabelan total tak teratur titik dan pelabelan total tak teratur sisi.

a. Pelabelan Total Tak Teratur Titik

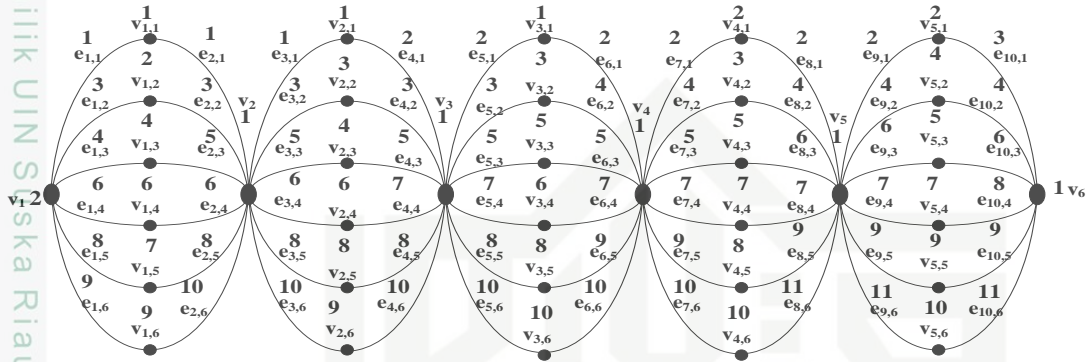
Pelabelan total tak teratur titik pertama kali diperkenalkan oleh Baca, dkk pada tahun 2007. Adapun definisi menurut Baca, dkk pelabelan total tak teratur titik diberikan definisi 2.4 berikut :

Defenisi 2.4 (Baca, dkk, 2007) Suatu graf $G = (V, E)$ dengan himpunan titik V dan himpunan E yang mempunyai pelabelan $\lambda : V \cup E \rightarrow \{1, 2, \dots, k\}$ disebut pelabelan k total tak teratur titik dari graf G jika untuk setiap titik x dan y yang berbeda maka $wt(x) \neq wt(y)$. $wt(x)$ merupakan bobot titik x yang dinyatakan sebagai :

$$wt(v) = \lambda(x) + \sum_{xy \in E} \lambda(xy)$$

Nilai total ketakteraturan titik (*total vertex irregularity strength*) dari graf G , yang dinotasikan dengan $tvs(G)$ adalah label terbesar minimum yang digunakan untuk melabeli graf G dengan pelabelan total tak teratur titik.

Berikut akan disajikan contoh pelabelan- k total tak teratur titik pada graf $sp(6,1,5)$.



Gambar 2.9 Pelabelan-11 Total Tak Teratur Titik pada Graf $sp(6,1,5)$

Selanjutnya, akan dihitung bobot setiap titik pada graf $sp(6,1,5)$, dengan cara menjumlahkan setiap label titik dan label sisi yang terkait dengan titik tersebut.

Perhitungan bobot titik pada graf $sp(6,1,5)$ sebagai berikut:

$$wt(v_{1,1}) = \lambda(v_{1,1}) + \lambda(e_{1,1}) + \lambda(e_{2,1}) = 1 + 1 + 1 = 3$$

$$wt(v_{1,2}) = \lambda(v_{1,2}) + \lambda(e_{1,2}) + \lambda(e_{2,2}) = 2 + 3 + 3 = 8$$

$$wt(v_{1,3}) = \lambda(v_{1,3}) + \lambda(e_{1,3}) + \lambda(e_{2,3}) = 4 + 4 + 5 = 13$$

$$wt(v_{1,4}) = \lambda(v_{1,4}) + \lambda(e_{1,4}) + \lambda(e_{2,4}) = 6 + 6 + 6 = 18$$

$$wt(v_{1,5}) = \lambda(v_{1,5}) + \lambda(e_{1,5}) + \lambda(e_{2,5}) = 7 + 8 + 8 = 23$$

$$wt(v_{1,6}) = \lambda(v_{1,6}) + \lambda(e_{1,6}) + \lambda(e_{2,6}) = 9 + 9 + 10 = 28$$

$$wt(v_{2,1}) = \lambda(v_{2,1}) + \lambda(e_{3,1}) + \lambda(e_{4,1}) = 1 + 1 + 2 = 4$$

$$wt(v_{2,2}) = \lambda(v_{2,2}) + \lambda(e_{3,2}) + \lambda(e_{4,2}) = 3 + 3 + 3 = 9$$

$$wt(v_{2,3}) = \lambda(v_{2,3}) + \lambda(e_{3,3}) + \lambda(e_{4,3}) = 4 + 5 + 5 = 14$$

$$wt(v_{2,4}) = \lambda(v_{2,4}) + \lambda(e_{3,4}) + \lambda(e_{4,4}) = 6 + 6 + 7 = 19$$



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

$$wt(v_{2,5}) = \lambda(v_{2,5}) + \lambda(e_{3,5}) + \lambda(e_{4,5}) = 8 + 8 + 8 = 24$$

$$wt(v_{2,6}) = \lambda(v_{2,6}) + \lambda(e_{3,6}) + \lambda(e_{4,6}) = 9 + 10 + 10 = 29$$

$$wt(v_{3,1}) = \lambda(v_{3,1}) + \lambda(e_{5,1}) + \lambda(e_{6,1}) = 1 + 2 + 2 = 5$$

$$wt(v_{3,2}) = \lambda(v_{3,2}) + \lambda(e_{5,2}) + \lambda(e_{6,2}) = 3 + 3 + 4 = 10$$

$$wt(v_{3,3}) = \lambda(v_{3,3}) + \lambda(e_{5,3}) + \lambda(e_{6,3}) = 5 + 5 + 5 = 15$$

$$wt(v_{3,4}) = \lambda(v_{3,4}) + \lambda(e_{5,4}) + \lambda(e_{6,4}) = 6 + 7 + 7 = 20$$

$$wt(v_{3,5}) = \lambda(v_{3,5}) + \lambda(e_{5,5}) + \lambda(e_{6,5}) = 8 + 8 + 9 = 25$$

$$wt(v_{3,6}) = \lambda(v_{3,6}) + \lambda(e_{5,6}) + \lambda(e_{6,6}) = 10 + 10 + 10 = 30$$

$$wt(v_{4,1}) = \lambda(v_{4,1}) + \lambda(e_{7,1}) + \lambda(e_{8,1}) = 2 + 2 + 2 = 6$$

$$wt(v_{4,2}) = \lambda(v_{4,2}) + \lambda(e_{7,2}) + \lambda(e_{8,2}) = 3 + 4 + 4 = 11$$

$$wt(v_{4,3}) = \lambda(v_{4,3}) + \lambda(e_{7,3}) + \lambda(e_{8,3}) = 5 + 5 + 6 = 16$$

$$wt(v_{4,4}) = \lambda(v_{4,4}) + \lambda(e_{7,4}) + \lambda(e_{8,4}) = 7 + 7 + 7 = 21$$

$$wt(v_{4,5}) = \lambda(v_{4,5}) + \lambda(e_{7,5}) + \lambda(e_{8,5}) = 8 + 9 + 9 = 26$$

$$wt(v_{4,6}) = \lambda(v_{4,6}) + \lambda(e_{7,6}) + \lambda(e_{8,6}) = 10 + 10 + 11 = 31$$

$$wt(v_{5,1}) = \lambda(v_{5,1}) + \lambda(e_{9,1}) + \lambda(e_{10,1}) = 2 + 2 + 3 = 7$$

$$wt(v_{5,2}) = \lambda(v_{5,2}) + \lambda(e_{9,2}) + \lambda(e_{10,2}) = 4 + 4 + 4 = 12$$

$$wt(v_{5,3}) = \lambda(v_{5,3}) + \lambda(e_{9,3}) + \lambda(e_{10,3}) = 5 + 6 + 6 = 17$$

$$wt(v_{5,4}) = \lambda(v_{5,4}) + \lambda(e_{9,4}) + \lambda(e_{10,4}) = 7 + 7 + 8 = 22$$

$$wt(v_{5,5}) = \lambda(v_{5,4}) + \lambda(e_{9,5}) + \lambda(e_{10,5}) = 9 + 9 + 9 = 27$$

$$wt(v_{5,6}) = \lambda(v_{5,6}) + \lambda(e_{9,6}) + \lambda(e_{10,6}) = 10 + 11 + 11 = 32$$

$$wt(v_1) = \lambda(v_1) + \lambda(e_{1,1}) + \dots + \lambda(e_{1,6}) = 2 + 1 + 3 + 4 + 6 + 8 + 9 = 33$$

$$wt(v_2) = \lambda(v_2) + \lambda(e_{2,1}) + \dots + \lambda(e_{2,6}) + \lambda(e_{3,1}) + \dots + \lambda(e_{3,6})$$

$$= 1 + 1 + 3 + 5 + 6 + 8 + 10 + 1 + 3 + 5 + 6 + 8 + 10 = 67$$

$$wt(v_3) = \lambda(v_3) + \lambda(e_{4,1}) + \dots + \lambda(e_{4,6}) + \lambda(e_{5,1}) + \dots + \lambda(e_{5,6})$$

$$= 1 + 2 + 3 + 5 + 7 + 8 + 10 + 2 + 3 + 5 + 7 + 8 + 10 = 71$$



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

$$wt(v_4) = \lambda(v_4) + \lambda(e_{6,1}) + \dots + \lambda(e_{6,6}) + \lambda(e_{7,1}) + \dots + \lambda(e_{7,6})$$

$$= 1 + 2 + 4 + 5 + 7 + 9 + 10 + 2 + 4 + 5 + 7 + 9 + 10 = 75$$

$$wt(v_5) = \lambda(v_5) + \lambda(e_{8,1}) + \dots + \lambda(e_{8,6}) + \lambda(e_{9,1}) + \dots + \lambda(e_{9,6})$$

$$= 1 + 2 + 4 + 6 + 7 + 9 + 11 + 2 + 4 + 6 + 7 + 9 + 11 = 79$$

$$wt(v_6) = \lambda(v_6) + \lambda(e_{10,1}) + \dots + \lambda(e_{10,6}) = 1 + 3 + 4 + 6 + 8 + 9 + 11 = 42$$

Hasil perhitungan bobot titik pada graf $sp(6,1,5)$ diperoleh bobot setiap titik berbeda. Oleh karena itu, λ adalah pelabelan-11 total tak teratur titik pada graf $sp(6,1,5)$.

Hasil penelitian tentang nilai total ketakaturan titik diberikan pada teorema-teorema berikut:

Teorema 2.1 (Bača, dkk., 2007) Misalkan G adalah graf (p, q) dengan derajat minimum δ dan derajat maksimum Δ , maka:

$$\left\lceil \frac{p + \delta}{\Delta + 1} \right\rceil \leq tvs(G) \leq p + \Delta - 2\delta + 1.$$

Teorema 2.2 (Nuridin, dkk., 2010) Misalkan G adalah suatu graf yang mempunyai n_i titik berderajat i dengan $i = \delta, \delta + 1, \delta + 2, \dots, \Delta$ dengan δ dan Δ adalah derajat minimum dan maksimum titik dari G , maka:

$$tvs(G) \geq \max \left\{ \left\lceil \frac{\delta + n_\delta}{\delta + 1} \right\rceil, \left\lceil \frac{\delta + n_\delta + n_{\delta+1}}{\delta + 2} \right\rceil, \dots, \left\lceil \frac{\delta + \sum_{i=\delta}^{\Delta} (n_i)}{\Delta + 1} \right\rceil \right\}.$$

Teorema 2.3 (Laraza, 2019) Nilai total ketakaturan titik dari graf seri paralel $(m, 1, 3)$ untuk $m \geq 4$ adalah :

$$tvs(sp(m, 1, 3)) \geq \left\lceil \frac{3m + 2}{3} \right\rceil$$

**Bukti:**

Akan dibuktikan $tv_s(sp(m, 1, 3)) \geq \left\lceil \frac{3m+2}{3} \right\rceil$. Perhatikan bahwa derajat titik terkecil dari graf $sp(m, 1, 3)$ adalah 2 dan jumlah titik yang berderajat dua pada graf $sp(m, 1, 3)$ adalah $3m$. Agar mendapat pelabelan yang optimal, maka bobot setiap titik yang berderajat 2 kita beri label yang dimulai dari $3, 4, 5, \dots, 3m + 2$. Sementara bobot titik graf $sp(m, 1, 3)$ yang berderajat 2 adalah jumlah dari 3 buah bilangan bulat positif yang disebut label, yaitu 1 label titik itu sendiri dan 2 label sisi yang saling terhubung dengan titik tersebut. Oleh karena itu, diperoleh label terbesar minimum yang digunakan yaitu $\left\lceil \frac{3m+2}{3} \right\rceil$ dan tidak mungkin lebih kecil dari $\left\lceil \frac{3m+2}{3} \right\rceil$. Jadi, kita dapatkan untuk $tv_s(sp(m, 1, 3)) \geq \left\lceil \frac{3m+2}{3} \right\rceil$.

Selanjutnya, akan ditunjukkan bahwa $tv_s(sp(m, 1, 3)) \leq \left\lceil \frac{3m+2}{3} \right\rceil$. Hal ini akan dibuktikan dengan cara menunjukkan adanya pelabelan- $\left\lceil \frac{3m+2}{3} \right\rceil$ total tak teratur titik dari graf $sp(m, 1, 3)$ untuk m bilangan asli dan $m \geq 4$, yaitu:

a. Pelabelan titik dari graf $sp(m, 1, 3)$ sebagai berikut:

$$\lambda(v_1) = \begin{cases} 5 & ; \text{jika } m = 4 \\ 3 & ; \text{jika } m = 5 \\ 1 & ; \text{jika } m \geq 6 \end{cases}$$

$$\lambda(v_2) = 1$$

$$\lambda(v_3) = 1$$

$$\lambda(v_4) = \begin{cases} 4 & ; \text{jika } m = 4 \\ 1 & ; \text{jika } m \geq 6 \end{cases}$$

$$\lambda(v_{i,j}) = j \text{ untuk } j = 1, 2, \dots, m \text{ dan } i = 1, 2, 3$$

b. Pelabelan sisi dari graf $sp(m, 1, 3)$ sebagai berikut:

$$\lambda(e_{i,j}) = \begin{cases} j & ; \text{jika } i = 1, 2, 3 \\ j + 1 & ; \text{jika } i = 4, 5, 6 \end{cases}$$



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Berdasarkan pelabelan diatas, diperoleh bobot titik dari graf $sp(m, 1, 3)$ untuk $m \geq 4$ sebagai berikut:

$$wt(v_{1,j}) = \lambda(v_{1,j}) + \lambda(e_{1,j}) + \lambda(e_{2,j}) = j + j + j = 3j$$

$$wt(v_{2,j}) = \lambda(v_{2,j}) + \lambda(e_{3,j}) + \lambda(e_{4,j}) = j + j + (j + 1) = 3j + 1$$

$$wt(v_{3,j}) = \lambda(v_{3,j}) + \lambda(e_{5,j}) + \lambda(e_{6,j}) = j + (j + 1) + (j + 1) = 3j + 2$$

$$wt(v_1) = \lambda(v_1) + \sum_{j=1}^m \lambda(e_{1,j})$$

$$= 1 + \sum_{j=1}^m j$$

$$= 1 + \frac{m + m^2}{2}$$

$$= \frac{m^2 + m + 2}{2}$$

$$= \begin{cases} 15 & ; \text{ jika } m = 4 \\ 18 & ; \text{ jika } m = 5 \\ \frac{m^2 + m + 2}{2} & ; \text{ jika } m \geq 6 \end{cases}$$

$$wt(v_2) = \lambda(v_2) + \sum_{j=1}^m \lambda(e_{2,j}) + \sum_{j=1}^m \lambda(e_{3,j})$$

$$= 1 + \sum_{j=1}^m j + \sum_{j=1}^m j$$

$$= 1 + 2 \sum_{j=1}^m j$$



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

$$= 1 + 2 \left(\frac{m + m^2}{2} \right)$$

$$= 1 + m + m^2$$

$$wt(v_3) = \lambda(v_3) + \sum_{j=1}^m \lambda(e_{4,j}) + \sum_{j=1}^m \lambda(e_{5,j})$$

$$= 1 + \sum_{j=1}^m (j + 1) + \sum_{j=1}^m (j + 1)$$

$$= 1 + 2 \sum_{j=1}^m (j + 1)$$

$$= 1 + 2 \left(\frac{3m + m^2}{2} \right)$$

$$= 1 + 3m + m^2$$

$$wt(v_4) = \lambda(v_4) + \sum_{j=1}^m \lambda(e_{6,j})$$

$$= 1 + \sum_{j=1}^m (j + 1)$$

$$= 1 + \frac{3m + m^2}{2}$$

$$= \frac{m^2 + 3m + 2}{2}$$

$$= \begin{cases} 18 & ; \text{ jika } m = 4 \\ \frac{m^2 + 3m + 2}{2} & ; \text{ jika } m \geq 6 \end{cases}$$



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Perhatikan bahwa fungsi λ adalah suatu pemetaan dari $\{V(sp(m, 1, 3)) \cup E(sp(m, 1, 3))\}$ ke $\{1, 2, \dots, \left\lceil \frac{3m+2}{3} \right\rceil\}$. Bobot titik pada graf seri parallel $sp(m, 1, 3)$:

- Untuk $m = 4$ bobot titik $v_{i,j}$ dengan $i = 1, 2, 3$ dan $j = 1, 2, \dots, m$ adalah 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14. Sedangkan bobot titik v_i dengan $i = 1, 2, 3, 4$ adalah 15, 21, 29, 18. Jadi tidak ada bobot titik yang sama.
- Untuk $m = 5$ bobot titik $v_{i,j}$ dengan $i = 1, 2, 3$ dan $j = 1, 2, \dots, m$ adalah 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17. Sedangkan bobot titik v_i dengan $i = 1, 2, 3, 4$ adalah 18, 31, 41, 21. Jadi tidak ada bobot titik yang sama.
- Untuk $m \geq 6$ bobot titik $v_{i,j}$ yang dinotasikan dengan $wt(v_{1,j})$ adalah bilangan bulat positif mulai dari 3, 6, 9, ..., $3m$, $wt(v_{2,j})$ adalah bilangan bulat positif mulai dari 4, 7, 10, ..., $3m + 1$, dan $wt(v_{3,j})$ adalah bilangan bulat positif mulai dari 5, 8, 11, ..., $3m + 2$. Sedangkan bobot titik v_i yang dinotasikan dengan $wt(v_1)$ adalah $\frac{m^2+m+2}{2}$, $wt(v_2)$ adalah $1 + m + m^2$, $wt(v_3)$ adalah $1 + 3m + m^2$, dan $wt(v_4)$ adalah $\frac{m^2+3m+2}{2}$.

Berikut akan ditunjukkan bahwa setiap bobot titik pada graf seri parallel $sp(m, 1, 3)$ berbeda. Akan ditunjukkan bahwa $wt(v_{3,j}) < wt(v_1) < wt(v_4) < wt(v_2) < wt(v_3)$.

1. Akan ditunjukkan $3m + 2 < \frac{m^2+m+2}{2}$

Untuk $m \geq 6$

Langkah 1 :

Untuk $m = 6$ benar, yaitu :

$$3 \cdot 6 + 2 < \frac{6^2+6+2}{2}$$

$$20 < \frac{44}{2}$$

$$20 < 22$$



Langkah 2 :

Asumsikan benar untuk $m = k$, yaitu

$$3k + 2 < \frac{k^2 + k + 2}{2}$$

Langkah 3:

Akan dibuktikan benar untuk $m = k + 1$, yaitu

$$3(k + 1) + 2 < \frac{(k + 1)^2 + (k + 1) + 2}{2}$$

$$3k + 5 < \frac{(k^2 + 2k + 1) + k + 3}{2}$$

$$3k + 5 < \frac{k^2 + 3k + 4}{2}$$

$$3k + 2 < \frac{k^2 + k + 2}{2}$$

(kedua ruas ditambah dengan 3)

$$3k + 2 + 3 < \frac{k^2 + k + 2}{2} + 3$$

$$= \frac{k^2 + k + 2}{2} + \frac{6}{2}$$

$$= \frac{k^2 + k + 8}{2} < \frac{k^2 + k + 8}{2} + \frac{2k - 4}{2}$$

$$3k + 5 < \frac{k^2 + 3k + 4}{2}$$

$$2. \text{ Akan ditunjukkan } \frac{m^2 + m + 2}{2} < \frac{m^2 + 3m + 2}{2}$$

Perhatikan bahwa, untuk $m \geq 6$

$$m < 3m$$

(kedua ruas ditambah $m^2 + 2$)

$$\Leftrightarrow m^2 + m + 2 < m^2 + 3m + 2$$

(kedua ruas dibagi 2)

$$\Leftrightarrow \frac{m^2 + m + 2}{2} < \frac{m^2 + 3m + 2}{2}$$

$$3. \text{ Akan ditunjukkan } \frac{m^2 + 3m + 2}{2} < 1 + m + m^2$$

Perhatikan bahwa,

$$1 < m$$

(kedua ruas dikali dengan m)



$$\Leftrightarrow 1 \cdot m < m \cdot m$$

$$\Leftrightarrow m < m^2 \quad (\text{kedua ruas ditambah } m^2 + 2m + 1)$$

$$\Leftrightarrow m^2 + 3m + 1 < 2 + 2m + 2m^2 \quad (\text{kedua ruas dibagi 2})$$

$$\Leftrightarrow \frac{m^2 + 3m + 1}{2} < 1 + m + m^2$$

$$4. \text{ Akan ditunjukkan } 1 + m + m^2 < 1 + 3m + m^2$$

Perhatikan bahwa, untuk $m \geq 6$

$$m < 3m \quad (\text{kedua ruas ditambah } m^2 + 1)$$

$$\Leftrightarrow 1 + m + m^2 < 1 + 3m + m^2$$

Hal ini menunjukkan bahwa setiap titik dalam pelabelan total tak teratur titik pada graf $sp(m, 1, 3)$ memiliki bobot yang berbeda. Dapat disimpulkan bahwa $tv_s(sp(m, 1, 3)) \leq \left\lceil \frac{3m+2}{3} \right\rceil$.

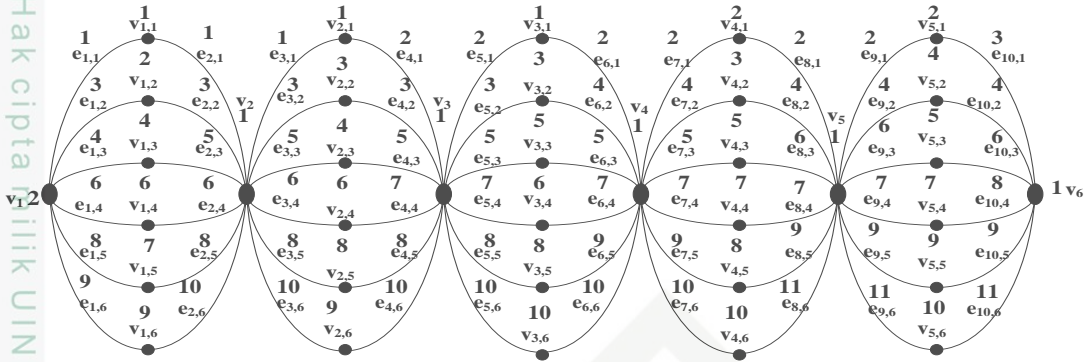
Berdasarkan paparan diatas diperoleh bahwa $tv_s(sp(m, 1, 3)) \geq \left\lceil \frac{3m+2}{3} \right\rceil$ dan $tv_s(sp(m, 1, 3)) \leq \left\lceil \frac{3m+2}{3} \right\rceil$. Jadi terbukti bahwa $tv_s(sp(m, 1, 3)) = \left\lceil \frac{3m+2}{3} \right\rceil$.

b. Pelabelan Total Tak Teratur Sisi

Pelabelan total takteratur sisi juga diperkenalkan oleh Bača,dkk.,dan juga banyak digunakan untuk mencari nilai total ketakteraturan sisi berbagai jenis graf. Berikut ini definisi pelabelan total tak teratur sisi:

Definisi 2.5 (Bača,dkk.,2007) Pelabelan- k total dikatakan pelabelan- k total tak teratur sisi dari graf G , jika untuk sembarang dua sisi $e = u_1v_1$ dan $w = u_2v_2$ yang berbeda di graf G berlaku $wt(e) \neq wt(w)$ dengan $wt(e) = f(u_1) + f(e) + f(v_1)$ dan $wt(w) = f(u_2) + f(w) + f(v_2)$. Nilai total ketakteraturan sisi (*total edge irregularity strength*) dari graf G , yang dinotasikan dengan $tes(G)$ adalah label terbesar minimum yang digunakan untuk melabeli graf G dengan pelabelan total tak teratur sisi.

Berikut contoh pelabelan- k total tak teratur sisi pada graf $sp(6,1,5)$.



Gambar 2.10 Pelabelan-11 Total Tak Teratur Sisi pada Graf $sp(6,1,5)$

$$wt(e_{1,1}) = \lambda(e_{1,1}) + \lambda(v_{1,1}) + \lambda(v_1) = 1 + 1 + 1 = 3$$

$$wt(e_{1,2}) = \lambda(e_{1,2}) + \lambda(v_{1,2}) + \lambda(v_1) = 3 + 2 + 1 = 6$$

$$wt(e_{1,3}) = \lambda(e_{1,3}) + \lambda(v_{1,3}) + \lambda(v_1) = 4 + 4 + 1 = 9$$

$$wt(e_{1,4}) = \lambda(e_{1,4}) + \lambda(v_{1,4}) + \lambda(v_1) = 6 + 6 + 1 = 13$$

$$wt(e_{1,5}) = \lambda(e_{1,5}) + \lambda(v_{1,5}) + \lambda(v_1) = 8 + 7 + 1 = 16$$

$$wt(e_{1,6}) = \lambda(e_{1,6}) + \lambda(v_{1,6}) + \lambda(v_1) = 9 + 9 + 1 = 19$$

$$wt(e_{2,1}) = \lambda(e_{2,1}) + \lambda(v_{1,1}) + \lambda(v_2) = 1 + 1 + 1 = 3$$

$$wt(e_{2,2}) = \lambda(e_{2,2}) + \lambda(v_{1,2}) + \lambda(v_2) = 3 + 2 + 1 = 6$$

$$wt(e_{2,3}) = \lambda(e_{2,3}) + \lambda(v_{1,3}) + \lambda(v_2) = 5 + 4 + 1 = 10$$

$$wt(e_{2,4}) = \lambda(e_{2,4}) + \lambda(v_{1,4}) + \lambda(v_2) = 6 + 6 + 1 = 13$$

$$wt(e_{2,5}) = \lambda(e_{2,5}) + \lambda(v_{1,5}) + \lambda(v_2) = 8 + 7 + 1 = 16$$

$$wt(e_{2,6}) = \lambda(e_{2,6}) + \lambda(v_{1,6}) + \lambda(v_2) = 10 + 9 + 1 = 20$$

$$wt(e_{3,1}) = \lambda(e_{3,1}) + \lambda(v_{2,1}) + \lambda(v_2) = 1 + 1 + 1 = 3$$

$$wt(e_{3,2}) = \lambda(e_{3,2}) + \lambda(v_{2,2}) + \lambda(v_2) = 3 + 3 + 1 = 7$$

$$wt(e_{3,3}) = \lambda(e_{3,3}) + \lambda(v_{2,3}) + \lambda(v_2) = 5 + 4 + 1 = 10$$

$$wt(e_{3,4}) = \lambda(e_{3,4}) + \lambda(v_{2,4}) + \lambda(v_2) = 6 + 6 + 1 = 13$$



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

$$wt(e_{3,5}) = \lambda(e_{3,5}) + \lambda(v_{2,5}) + \lambda(v_2) = 8 + 8 + 1 = 17$$

$$wt(e_{3,6}) = \lambda(e_{3,6}) + \lambda(v_{2,6}) + \lambda(v_2) = 10 + 9 + 1 = 20$$

$$wt(e_{4,1}) = \lambda(e_{4,1}) + \lambda(v_{2,1}) + \lambda(v_3) = 2 + 1 + 1 = 4$$

$$wt(e_{4,2}) = \lambda(e_{4,2}) + \lambda(v_{2,2}) + \lambda(v_3) = 3 + 3 + 1 = 7$$

$$wt(e_{4,3}) = \lambda(e_{4,3}) + \lambda(v_{2,3}) + \lambda(v_3) = 5 + 4 + 1 = 10$$

$$wt(e_{4,4}) = \lambda(e_{4,4}) + \lambda(v_{2,4}) + \lambda(v_3) = 7 + 6 + 1 = 14$$

$$wt(e_{4,5}) = \lambda(e_{4,5}) + \lambda(v_{2,5}) + \lambda(v_3) = 8 + 8 + 1 = 17$$

$$wt(e_{4,6}) = \lambda(e_{4,6}) + \lambda(v_{2,6}) + \lambda(v_3) = 10 + 9 + 1 = 20$$

$$wt(e_{5,1}) = \lambda(e_{5,1}) + \lambda(v_{3,1}) + \lambda(v_3) = 2 + 1 + 1 = 4$$

$$wt(e_{5,2}) = \lambda(e_{5,2}) + \lambda(v_{3,2}) + \lambda(v_3) = 3 + 3 + 1 = 7$$

$$wt(e_{5,3}) = \lambda(e_{5,3}) + \lambda(v_{3,3}) + \lambda(v_3) = 5 + 5 + 1 = 11$$

$$wt(e_{5,4}) = \lambda(e_{5,4}) + \lambda(v_{3,4}) + \lambda(v_3) = 7 + 6 + 1 = 14$$

$$wt(e_{5,5}) = \lambda(e_{5,5}) + \lambda(v_{3,5}) + \lambda(v_3) = 8 + 8 + 1 = 17$$

$$wt(e_{5,6}) = \lambda(e_{5,6}) + \lambda(v_{3,6}) + \lambda(v_3) = 10 + 10 + 1 = 21$$

$$wt(e_{6,1}) = \lambda(e_{6,1}) + \lambda(v_{3,1}) + \lambda(v_4) = 2 + 1 + 1 = 4$$

$$wt(e_{6,2}) = \lambda(e_{6,2}) + \lambda(v_{3,2}) + \lambda(v_4) = 4 + 3 + 1 = 8$$

$$wt(e_{6,3}) = \lambda(e_{6,3}) + \lambda(v_{3,3}) + \lambda(v_4) = 5 + 5 + 1 = 11$$

$$wt(e_{6,4}) = \lambda(e_{6,4}) + \lambda(v_{3,4}) + \lambda(v_4) = 7 + 6 + 1 = 14$$

$$wt(e_{6,5}) = \lambda(e_{6,5}) + \lambda(v_{3,5}) + \lambda(v_4) = 9 + 8 + 1 = 18$$

$$wt(e_{6,6}) = \lambda(e_{6,6}) + \lambda(v_{3,6}) + \lambda(v_4) = 10 + 10 + 1 = 21$$

$$wt(e_{7,1}) = \lambda(e_{7,1}) + \lambda(v_{4,1}) + \lambda(v_4) = 2 + 2 + 1 = 5$$

$$wt(e_{7,2}) = \lambda(e_{7,2}) + \lambda(v_{4,2}) + \lambda(v_4) = 4 + 3 + 1 = 8$$

$$wt(e_{7,3}) = \lambda(e_{7,3}) + \lambda(v_{4,3}) + \lambda(v_4) = 5 + 5 + 1 = 11$$

$$wt(e_{7,4}) = \lambda(e_{7,4}) + \lambda(v_{4,4}) + \lambda(v_4) = 7 + 7 + 1 = 15$$

$$wt(e_{7,5}) = \lambda(e_{7,5}) + \lambda(v_{4,5}) + \lambda(v_4) = 9 + 8 + 1 = 18$$



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.

b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

$$wt(e_{7,6}) = \lambda(e_{7,6}) + \lambda(v_{4,6}) + \lambda(v_4) = 10 + 10 + 1 = 21$$

$$wt(e_{8,1}) = \lambda(e_{8,1}) + \lambda(v_{4,1}) + \lambda(v_5) = 2 + 2 + 1 = 5$$

$$wt(e_{8,2}) = \lambda(e_{8,2}) + \lambda(v_{4,2}) + \lambda(v_5) = 4 + 3 + 1 = 8$$

$$wt(e_{8,3}) = \lambda(e_{8,3}) + \lambda(v_{4,3}) + \lambda(v_5) = 6 + 5 + 1 = 12$$

$$wt(e_{8,4}) = \lambda(e_{8,4}) + \lambda(v_{4,4}) + \lambda(v_5) = 7 + 7 + 1 = 15$$

$$wt(e_{8,5}) = \lambda(e_{8,5}) + \lambda(v_{4,5}) + \lambda(v_5) = 9 + 8 + 1 = 18$$

$$wt(e_{8,6}) = \lambda(e_{8,6}) + \lambda(v_{4,6}) + \lambda(v_5) = 11 + 10 + 1 = 22$$

$$wt(e_{9,1}) = \lambda(e_{9,1}) + \lambda(v_{5,1}) + \lambda(v_5) = 2 + 2 + 1 = 5$$

$$wt(e_{9,2}) = \lambda(e_{9,2}) + \lambda(v_{5,2}) + \lambda(v_5) = 4 + 4 + 1 = 9$$

$$wt(e_{9,3}) = \lambda(e_{9,3}) + \lambda(v_{5,3}) + \lambda(v_5) = 6 + 5 + 1 = 12$$

$$wt(e_{9,4}) = \lambda(e_{9,4}) + \lambda(v_{5,4}) + \lambda(v_5) = 7 + 7 + 1 = 15$$

$$wt(e_{9,5}) = \lambda(e_{9,5}) + \lambda(v_{5,5}) + \lambda(v_5) = 9 + 9 + 1 = 19$$

$$wt(e_{9,6}) = \lambda(e_{9,6}) + \lambda(v_{5,6}) + \lambda(v_5) = 11 + 10 + 1 = 22$$

$$wt(e_{10,1}) = \lambda(e_{10,1}) + \lambda(v_{5,1}) + \lambda(v_6) = 3 + 2 + 1 = 6$$

$$wt(e_{10,2}) = \lambda(e_{10,2}) + \lambda(v_{5,2}) + \lambda(v_6) = 4 + 4 + 1 = 9$$

$$wt(e_{10,3}) = \lambda(e_{10,3}) + \lambda(v_{5,3}) + \lambda(v_6) = 6 + 5 + 1 = 12$$

$$wt(e_{10,4}) = \lambda(e_{10,4}) + \lambda(v_{5,4}) + \lambda(v_6) = 8 + 7 + 1 = 16$$

$$wt(e_{10,5}) = \lambda(e_{10,5}) + \lambda(v_{5,5}) + \lambda(v_6) = 9 + 9 + 1 = 19$$

$$wt(e_{10,6}) = \lambda(e_{10,6}) + \lambda(v_{5,6}) + \lambda(v_6) = 11 + 10 + 1 = 22$$

Hasil perhitungan bobot sisi pada graf $sp(6,1,5)$ diperoleh bobot setiap sisi berbeda. Oleh karena itu, λ adalah pelabelan-11 total tak teratur sisi pada graf $sp(6,1,5)$.

Penelitian mengenai nilai $tes(G)$ dilakukan oleh Bača, dkk., dengan diberikan batas atas dan batas bawah seperti dituliskan pada teorema berikut ini:

Teorema 2.4 (Bača, dkk., 2007) Misalkan $G = (V, E)$ adalah suatu graf dengan himpunan titik V dan himpunan sisi tak kosong E , maka:

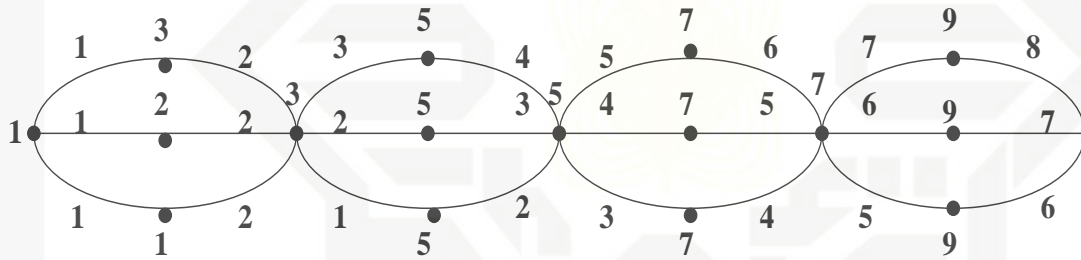
$$\left\lceil \frac{|E| + 2}{3} \right\rceil \leq tes(G) \leq |E|$$

Pelabelan total tak teratur sisi juga diperkenalkan oleh Rajasingh, dkk., dan digunakan untuk mencari graf seri paralel.

Teorema 2.5 (Rajasingh, dkk., 2015) Diberikan $sp(m, r, l)$, $l \geq 2$ adalah graf seri paralel, yang mana diketahui bahwa $tes(sp(m, r, l))$ memiliki sisi $lm(r + 1)$, dan level $(lr + 1)$, dimana $r = 1, 2, 3, \dots, l$ (untuk setiap l terbatas), maka:

$$tes(sp(m, r, l)) \geq \left\lceil \frac{lm(r + 1) + 2}{3} \right\rceil$$

Menurut Teorema 2.5 diberikan $sp(3, r, 4)$ adalah graf seri paralel, maka $tes(3, r, 4) = \left\lceil \frac{12(r+1)+2}{3} \right\rceil, r \geq 1$. Adapun pelabelan total yang digunakan pada pembuktian Teorema 2.5 tersebut adalah:



Gambar 2.11 Pelabelan—9 Total Tak Teratur Sisi pada $sp(3, 1, 4)$



BAB III

METODOLOGI PENELITIAN

Metodologi yang digunakan dalam penyelesaian Tugas Akhir ini adalah metode studi pustaka (*literature*) yang bertujuan mengumpulkan data dan informasi yang dibutuhkan dalam penelitian yang berasal dari beberapa sumber, diantaranya : buku-buku, jurnal serta artikel yang berhubungan dengan penelitian ini. Berdasarkan rumusan masalah, permasalahan yang akan diteliti yaitu tentang menentukan nilai total ketakteraturan titik dari graf seri paralel $sp(m, 1,5)$.

Adapun langkah-langkah yang digunakan dalam menentukan nilai total ketakteraturan titik dari graf seri paralel $sp(m, 1,5)$ sebagai berikut :

1. Menentukan batas bawah dari $tv_s(sp(m, 1,5))$ untuk $m \geq 4$.
2. Menentukan pelabelan- k total tak teratur titik dari graf $sp(m, 1,5)$ untuk $m = 4,5, \dots, 11$ dengan menggunakan label terbesar sebesar batas bawah yang diperoleh pada Langkah 1.
3. Menentukan rumus pelabelan titik dari graf $sp(m, 1,5)$ untuk $m \geq 4$, dengan mengacu pada pelabelan yang terdapat pada langkah 2.
4. Menentukan rumus pelabelan sisi dengan graf $sp(m, 1,5)$ untuk $m \geq 4$, dengan mengacu pada pelabelan yang terdapat pada langkah 2.
5. Menentukan rumus bobot titik dari graf $sp(m, 1,5)$ untuk $m \geq 4$ menggunakan rumus yang diperoleh pada langkah 3 dan langkah 4.
6. Membuktikan bahwa pelabelan yang dirumuskan merupakan pelabelan total tak teratur titik dari graf $sp(m, 1,5)$ untuk $m \geq 4$.
7. Mengaplikasikan rumus nilai ketakteraturan titik dari graf $sp(m, 1,5)$ untuk $m = 14$.



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

BAB V

PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan uraian dari Bab IV tentang nilai total ketakteraturan titik dari graf $sp(m, 1, 5)$ disimpulkan bahwa $tv_s(sp(m, 1, 5)) = \left\lceil \frac{5m+2}{3} \right\rceil$. Hal ini dibuktikan dengan menunjukkan bahwa $tv_s(sp(m, 1, 5)) \geq \left\lceil \frac{5m+2}{3} \right\rceil$ dan $tv_s(sp(m, 1, 5)) \leq \left\lceil \frac{5m+2}{3} \right\rceil$. Untuk menunjukkan $tv_s(sp(m, 1, 5)) \leq \left\lceil \frac{5m+2}{3} \right\rceil$, maka didefinisikan suatu relabelan total tak teratur titik dari graf $sp(m, 1, 5)$, dengan label titik yang terdapat pada Persamaan 4.2 sampai dengan 4.12 dan untuk label sisi yang terdapat pada Persamaan 4.13 sampai dengan 4.18. Sehingga didapatkan bobot titik $v_{(i,j)}$ dan v_i pada Persamaan 4.19 sampai dengan 4.51.

5.2 Saran

Berdasarkan Tugas Akhir ini penulis membahas tentang nilai total ketakteraturan titik dari graf seri paralel. Bagi pembaca yang berminat untuk meneruskan tugas akhir ini, penulis sarankan untuk melanjutkan pembahasan tentang nilai total ketakteraturan total dari graf Seri Paralel dan jenis graf lainnya.



DAFTAR PUSTAKA

- Ahmad, A. Bukhary, S. A. R. Hasni dan Slamin. 2014. "Total Vertex Irregularity Strength of Ladder Related Graphs". Science International (Lahore).
- Baca, M. S, Jendrol. M, Miller dan R, Joseph. 2007. "On Irregular Total Labellings". Discrete Mathematics.
- Corazon, C. M. dan Riyanti, R. 2016. "Nilai Total Ketakteraturan Titik pada Graf Hasil Kali Comb P_m dan C_5 dengan m Bilangan Ganjil". *Jurnal Sains Matematika dan Statistik*, Vol.2, No.2. Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, UIN Sultan Syarif Kasim Riau.
- Koam, A. N. A. dan Ahmad, A. 2019. "Computation of Total Vertex Irregularity Strength of Theta Graphs".
- Kotzig, R. 2019. "Nilai Ketidakteraturan pada Graf Series Parallel".
- Marzuki, C. C. Laraza dan Aryani, F. 2020. "Nilai Total Ketakteraturan Titik dari Graf Seri Paralel $(m, 1, 3)$ ". *Jurnal Sains Matematika dan Statistik*, Vol.6, No.2. Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, UIN Sultan Syarif Kasim Riau.
- Munir, R. 2012. "Matematika Diskrit". Revisi Kelima. Informatika Bandung, Bandung.
- Rajasingh dan Arockiamary. 2015. "Total Edge Irregularity Strength Of Series Parallel Graphs". *International Journal of Pure and Applied Mathematics*. Vol. 99, No.1. India.
- Riskawati. Nurdin dan Kasmirah. 2019. "Nilai Total Ketakteraturan Titik Pada Graf Series Parallel". *Jurnal Matematika dan Aplikasinya*, Vol.1, No.2. Universitas Hasanuddin.
- Rosen. 2007. "Discrete Mathematics and Its Applications I". Mc.Graw-Hill, New York.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.

b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

© Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

- Vasudev. 2006. “Graph Theory with Application”. New Age international Publisher, New Delhi.
- Wallis. 2001. Magic Graphs . Boston: Birkhäuser.
- Wibisono, S. 2008. “Matematika Diskrit”. Graha Ilmu, Yogyakarta.



UIN SUSKA RIAU



DAFTAR RIWAYAT HIDUP

Biodata Penulis:

Nama : Salamah Fitriani Harianja
 TTL : Balam, 26 Februari 1996
 Agama : Islam
 Gol. Darah : A
 Alamat : Perumahan NPL
 No Telp/Hp : (+62) 822 8589 1784
 Email : salamahfitriani010@gmail.com

Biodata Keluarga:

Nama Ayah/Ibu : Julsapdi Harianja/Lisma Herawati Br.Regar
 Nama Saudara : ~ Nisa Dinda Fitria Harianja
 ~ Efrida Sri Mulyani Harianja
 ~ Via Pramarani Harianja

Riwayat Pendidikan:

1. SDS047 Sei Balam, lulus pada tahun 2008
 2. SMP Swasta Tunas Bangsa, lulus pada tahun 2011
 3. SMA Swasta Tunas Bangsa, lulus pada tahun 2014
- Pada tahun 2014, penulis diterima sebagai mahasiswi di Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau melalui jalur Seleksi Nasional Masuk Perguruan Tinggi Negeri (SNMPTN). Penulis tercatat sebagai mahasiswi Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi.

Kerja Praktek dan Tugas Akhir:

Pada bulan Februari 2018, penulis melaksanakan Kerja Praktek di PT. Perkebunan Nusantara V Kota Pekanbaru dengan Judul **“Analisis Pengaruh Luas Lahan dan Produktivitas Terhadap Hasil Produksi Karet di PTPN V Tahun 2017”** yang dibimbing oleh

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
 1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
 2. Dilarang mengumpukan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

© Hak cipta milik UIN Suska Riau



ibu Rahmadeni, M.Si. dan diseminarkan pada 19 Juli 2018. Pada bulan Juli-Agustus 2017

penulis mengikuti Kuliah Kerja Nyata (KKN) di Kecamatan Pangkalan Lesung, Pelalawan.

Penulis dinyatakan lulus ujian sarjana dengan judul Tugas Akhir **“Nilai Total Ketakteraturan**

Titik Dari Graf Seri Paralel ($m, 1, 5$)” dengan dosen pembimbing ibuk Corry Corazon

Marzuki, M.Si. hingga menyelesaikan studi pada Januari Tahun 2021.

hak cipta dilindungi Undang-Undang

Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Hak cipta dilindungi Undang-Undang

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau



UIN SUSKA RIAU